NUNA ACADEMY

Incubateur de Mathématiques Physique & Informatique

06.70.04.58.22

SUJET BAC PREMIÈRE

PREMIERE PARTIE : AUTOMATISMES

Ce QCM comprend 12 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'expression $\dfrac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}$ est égale à :

a) 10^{-1} b) 10^1 c) 10^{-10} d) 1

2) Une baisse de 40 % suivie d'une hausse de 50 % revient à :

a) Une hausse de 10 % c) Une baisse de 20 %
b) Une baisse de 10 % d) Une hausse de 90 %

3) $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$. Les coordonnées du sommet de la parabole sont :

a) $(2\,;-11)$ b) $(-2\,;\,37)$ c) $(1\,;\,1)$ d) $(2\,;\,1)$

4) L'équation $x^2 = -4$ admet pour ensemble solution sur $\mathbb{R}$:

a) $\{-2\,;\,2\}$ b) $\{-16\}$ c) $\varnothing$ d) $\{2\}$

5) Pour tout réel x, l'expression $e^x \times e^{-x}$ est égale à :

a) e b) 0 c) 1 d) e^{x^2}

6) La dérivée de la fonction $h(x) = \dfrac{1}{x} + x^2$ sur $]0\,;+\infty[$ est :

a) $-\dfrac{1}{x^2} + 2x$ b) $\dfrac{1}{x^2} + 2x$ c) $-\dfrac{1}{x} + 2x$ d) $x^2 - \dfrac{1}{x^2}$

7) On lance un dé équilibré à 6 faces. La probabilité d'obtenir un nombre pair est :

a) $\dfrac{1}{6}$ b) $\dfrac{1}{2}$ c) $\dfrac{2}{3}$ d) $\dfrac{1}{3}$

8) Le coefficient directeur de la droite passant par $A(1\,;\,5)$ et $B(3\,;\,1)$ est :

a) 2 b) -2 c) $0,5$ d) $-0,5$

9) L'inéquation $(x-5)(x+2) < 0$ a pour ensemble solution :

a) $]-\infty\,;-2[\cup]5\,;+\infty[$ c) $]-2\,;\,5[$
b) $]2\,;\,5[$ d) $]-5\,;\,2[$

10) Si $u_n = 3n - 5$ alors la suite (u_n) est :

a) géométrique b) arithmétique c) constante d) convergente

11) L'expression développée de $(2x+3)^2 - 4x^2$ est :

a) 9 b) $12x + 9$ c) $8x^2 + 12x + 9$ d) $6x + 9$

12) La valeur de e^0 est :

a) 0 b) 1 c) $2,72$ d) impossible

Exercice 1

Analyse et polynômes

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 2$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3) Dresser le tableau de variations complet de f sur $\mathbb{R}$. Préciser les extremums locaux.
4) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a = 2$.
5) Justifier que $f(x) = (x-1)^2(x+2)$.
   En déduire les points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 2

Suites numériques

Un investisseur place 10 000 € sur un compte le 1er janvier 2024. Chaque année, ce capital rapporte 4 % d'intérêts, mais l'investisseur retire 500 € à la fin de chaque année pour ses frais de gestion.
On note u_n le capital au 1er janvier de l'année 2024 + n. On a donc $u_0 = 10\,000$.

1) Calculer u_1
2) Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,04u_n - 500$.
3) On pose $v_n = u_n - 12\,500$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
      ⚠ Aide au calcul : $1,04 \times 12\,500 = 13\,000$.
   b) Exprimer v_n en fonction de n, puis en déduire que $u_n = 12\,500 - 2\,500 \times 1,04^n$.
4) Au bout de combien d'années le capital sera-t-il inférieur à 8 000 € ?
   ⚠ Aide au calcul : $1,04^5 = 1,217$, $1,04^{10} = 1,480$, $1,04^{15} = 1,801$, $1,04^{18} = 2,026$

Exercice 3

Fonction exponentielle

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (2x-1)\,e^x$.

1) Justifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et montrer que pour tout réel x :

$$g'(x) = (2x+1)\,e^x$$

2) Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$. On rappelle que pour tout réel x, $e^x > 0$.
3) En déduire le tableau de variations de la fonction g.
4) Déterminer l'abscisse du point de la courbe $\mathscr{C}_g$ où la tangente est horizontale.
5) a) Résoudre par le calcul l'équation $g(x) = 0$.
   b) En déduire les coordonnées du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_g$ avec l'axe des abscisses.
   c) Dresser, à l'aide des questions précédentes, le tableau de signes de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.