SUJET BAC PREMIÈRE

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIERE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

On peut affirmer que :

A.	B.	C.	D.
$\frac{11}{12} < \frac{12}{13}$	$\frac{11}{12} > \frac{12}{13}$	$\frac{11}{12} = \frac{12}{13}$	Il est impossible de comparer ces deux nombres.

Question 2

Un drapeau a une aire de 2 m^2. Cela représente :

A.	B.	C.	D.
0,002 cm^2	0,2 cm^2	200 cm^2	20 000 cm^2

Question 3

Une boîte contient 20 billes. Dans cette boîte la proportion de billes vertes est égale à 0,3. Le nombre de billes vertes dans la boîte est égal à :

A.	B.	C.	D.
6	3	5	17

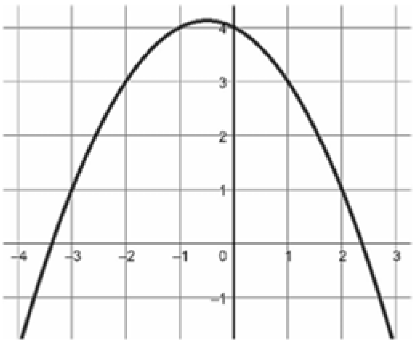
Question 4

Le matin à 7h00 il fait 12°C. A 10h00 la température a augmenté de 30%. A 10h00 il fait :

A.	B.	C.	D.
15°C	16°C	15,6°C	42°C

Question 5

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction g. On veut déterminer graphiquement les antécédents de 1 par g.



On peut affirmer que :

A.	B.	C.	D.
1 n'a pas d'antécédent	3 est l'antécédent de 1	-3 et 2 sont les antécédents de 1	1 a le même antécédent que -2

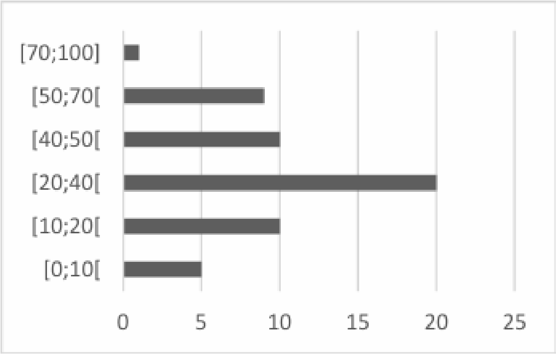
Question 6

Parmi les nombres ci-dessous, lequel ne peut pas être une probabilité :

A.	B.	C.	D.
10^{-3}	$\frac{20}{19}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0,42

Question 7

On a résumé les effectifs d'un club de tennis de table en fonction de l'âge des adhérents dans le diagramme ci-contre.



Parmi les 4 propositions ci-dessous, déterminer celle qui est assurément fausse.

A.	B.	C.	D.
L'âge moyen des adhérents est de 27 ans.	Certains adhérents ont plus de 70 ans.	La moitié des adhérents a entre 20 et 40 ans.	Le troisième quartile de la série est égal à 54.

Question 8

La forme factorisée de $(a+1)^2 - 3(a+1)$ est :

A.	B.	C.	D.
$-(a+1)$	$(a+1)(-a-2)$	$(a+1)(a-2)$	$a^2 - a - 2$

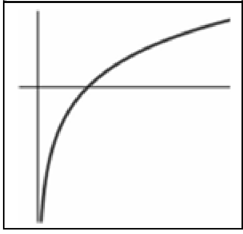
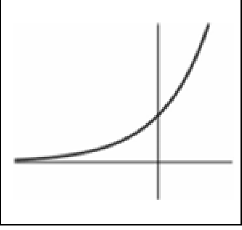
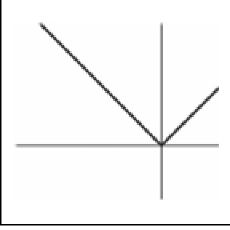
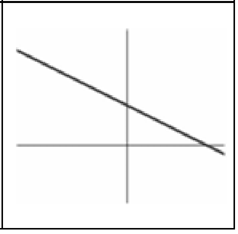
Question 9

Un train a diminué sa vitesse de 20% à cause d'un incident sur la voie. Pour retrouver le niveau d'avant l'incident, le conducteur doit augmenter la vitesse de :

A.	B.	C.	D.
20%	25%	30%	40%

Question 10

Parmi les 4 représentations graphiques ci-dessous, déterminer celle qui correspond à une fonction affine.

A.	B.	C.	D.
			

Question 11

On lance un dé cubique. La probabilité d'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau ci-dessous :

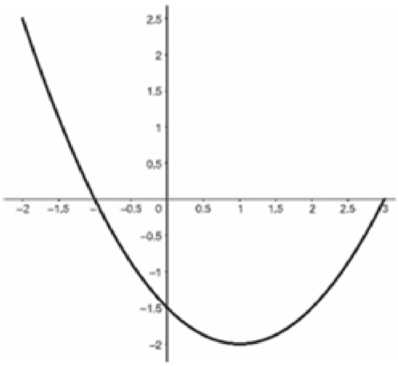
Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
0,1	0,1	0,25	0,3	0,1	0,15

La probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 lors d'un lancer est :

A.	B.	C.	D.
0,3	0,45	$1 - 0{,}1 \times 0{,}15$	0,75

Question 12

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction h définie sur l'intervalle $[-2; 3]$.



Le tableau des variations de h est :

A.

x	-2		$2{,}6$		3
h		↘		↗	

B.

x	$2{,}5$		-2		0
h		↘		↗	

C.

x	-2		-1		3
h		↗		↘	

D.

x	-2		1		3
h		↘		↗	

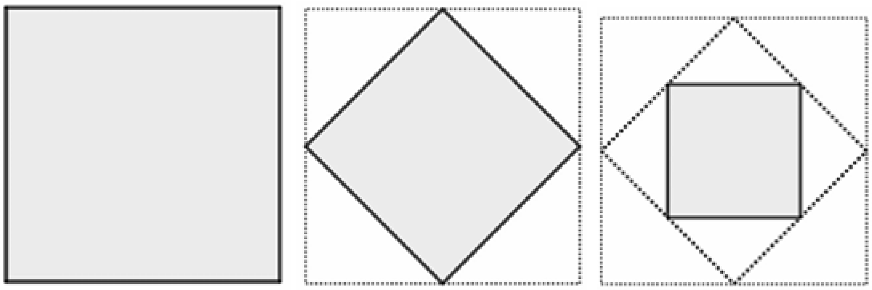
DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1

Etude d'un pliage

On considère une feuille de papier carrée de côté 16 cm. On effectue un pliage de cette feuille en ramenant les coins au centre de telle manière à obtenir un nouveau carré. Puis on réitère ce procédé.

Les deux premières étapes sont décrites par les figures ci-dessous.



Partie A Etude de la surface des carrés successifs

Pour tout entier naturel n, on note respectivement c_n le côté (en cm), et a_n l'aire (en cm^2), du carré obtenu après n étapes. Ainsi $c_0 = 16$ et $a_0 = 16^2 = 2^8 = 256$.

1- Calculer c_1 puis a_1.
2- Justifier que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$.
3- En déduire l'expression de a_n en fonction de n.
4- Calculer l'aire du carré obtenu après 10 pliages.

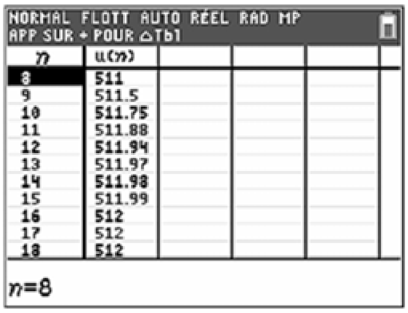
Partie B Etude de l'aire totale

Pour tout entier naturel n, on note S_n la somme des $(n+1)$ aires des carrés successifs obtenus lors de n pliages : $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$.

1- Montrer que pour tout entier naturel n :

$$S_n = 2^9\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) = 512\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)$$

2- On donne ci-contre des valeurs de termes de la suite (S_n) obtenues à l'aide d'une calculatrice.
Conjecturer le comportement des termes S_n lorsque n tend vers $+\infty$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.



n	u(n)
8	511
9	511.5
10	511.75
11	511.88
12	511.94
13	511.97
14	511.98
15	511.99
16	512
17	512
18	512

Exercice 2

Etude d'une fonction homographique

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel $x \neq -\frac{1}{2}$ par :

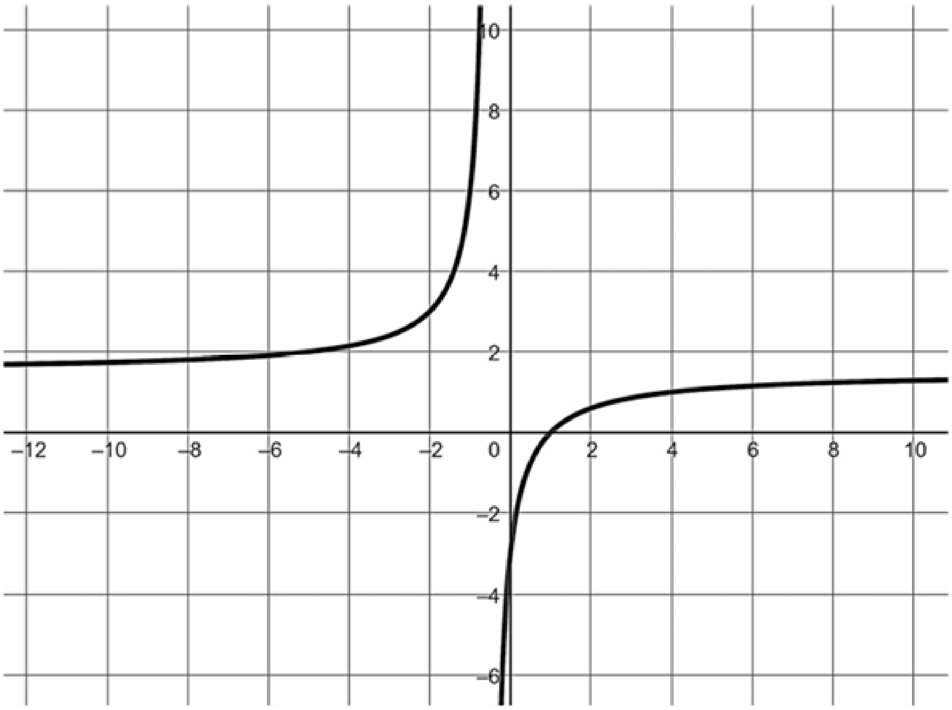
$$f(x) = \frac{3x-3}{2x+1}$$

1- On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
Montrer que pour tout $x \neq -\frac{1}{2}$, $f'(x) = \frac{9}{(2x+1)^2}$.

2- En déduire les variations de f sur son ensemble de définition.

3- On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f. Montrer que $\mathcal{C}$ admet exactement deux tangentes de coefficients directeurs égaux à 1.

4- Déterminer l'équation réduite de chacune de ces tangentes puis les tracer sur le graphique ci-dessous.


10
8
6
4
2
−12
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
−2
−4
−6