

SUJET BAC PREMIÈRE

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIERE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Une réponse fautive ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

Le nombre $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 4$ est égal à :

- A. 8 B. $\frac{13}{2}$ C. 4 D. $\frac{16}{8}$

Question 2

Le volume de la partie visible d'un iceberg est d'environ 10 % de son volume total.

Si la partie visible d'un iceberg est de 150 km^3 , quel sera le volume total de cet iceberg ?

- A. 1350 km^3 B. 1500 km^3 C. 15 km^3 D. 135 km^3

Question 3

Le prix d'un article est multiplié par 0,845. Cela signifie que le prix de cet article a :

- A. augmenté de 84,5 % B. baissé de 1,55 %
C. augmenté de 15,5 % D. baissé de 15,5 %

Question 4

On considère la fonction A définie pour tout réel x par :

$$A(x) = (x+5)(x+8)$$

Le tableau de signes de A(x) sur \mathbb{R} est :

A.

x	$-\infty$	-8	-5	$+\infty$	
A(x)	-	0	+	0	-

B.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
A(x)	-	0	+

C.

x	$-\infty$	-8	-5	$+\infty$	
A(x)	+	0	-	0	+

D.

x	$-\infty$	5	8	$+\infty$	
A(x)	+	0	-	0	+

Question 5

Un singe choisit une lettre au hasard parmi les lettres de l'alphabet.

On note les évènements :

- V : « Le singe choisit une voyelle. »
- M : « Le singe choisit une des lettres du mot SINGE. »

Rappel : L'alphabet est constitué de 26 lettres dont les voyelles sont : A, E, I, O, U, Y.

On note $P_M(V)$ la probabilité que le singe choisisse une voyelle sachant qu'il a choisi une lettre du mot SINGE. On peut alors affirmer que $P_M(V)$ vaut :

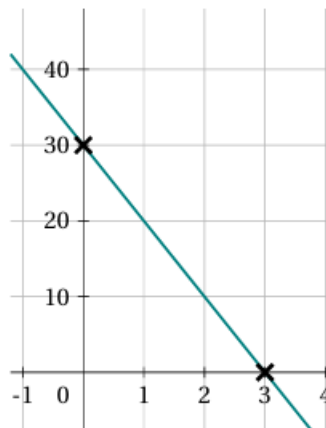
- A. $\frac{6}{26}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

Question 6

Soit f une fonction affine, dont on a tracé la représentation graphique dans le repère ci-contre.

Une expression algébrique de f est :

- A. $f(x) = -x + 30$ B. $f(x) = 30x + 3$
 C. $f(x) = -10x + 30$ D. $f(x) = -\frac{1}{10}x + 30$



Question 7

La forme développée et réduite de l'expression $(x+2)^2 - (1-x)^2$ vaut :

- A. $2x^2 + 3$ B. $6x + 3$ C. $2x + 5$ D. $2x^2 + 2x + 3$

Question 8

L'équation $2(x-4) - (2x+1) = 0$ admet :

- A. Deux solutions : 4 et $\frac{1}{2}$ B. Deux solutions : 4 et $-\frac{1}{2}$
 C. Aucune solution D. Une infinité de solutions

Question 9

On considère le nombre réel : $E = \frac{2 \times 3^2}{27 \times 2^3}$. On peut affirmer que E est égal à :

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{12}$ C. 12 D. $\frac{1}{6}$

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (6 points)

Durant une fête foraine, une urne contient dix boules. Chaque boule est soit verte, soit rouge, indiscernable au toucher.

Un jeu est proposé aux personnes présentes à la fête foraine. Pour y participer le joueur doit d'abord payer 1 euro.

Ensuite,

- le joueur tire une première boule qu'il donne au forain, celui-ci note sa couleur puis remet la boule dans l'urne;
- le joueur tire une deuxième boule, le forain note la couleur de ce deuxième tirage et remet à nouveau la boule dans l'urne.

Voici les récompenses qu'il obtient :

- si le joueur a tiré deux boules rouges, il reçoit 3 euros;
- si le joueur a tiré deux boules vertes, il reçoit 1 euro;
- sinon il ne reçoit pas d'argent.

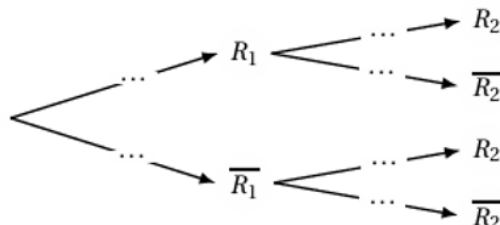
Partie A

Dans cette partie, on considère que cette urne contient 1 boule rouge et 9 boules vertes.

On note :

- R_1 l'évènement : « La première boule tirée est rouge. »
- R_2 l'évènement : « La deuxième boule tirée est rouge. »

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation.



2. On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur, c'est-à-dire la différence entre la somme reçue après les deux tirages et les frais de participation au jeu de 1 euro.

- Donner les valeurs prises par la variable aléatoire X .
- Montrer que $P(X = -1) = \frac{18}{100}$.
- Recopier sur votre feuille et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X :

k			
$P(X = k)$			

d. Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat.

Partie B

Dans cette partie, on considère que cette urne contient maintenant n boules rouges et $10 - n$ boules vertes où n est un nombre entier naturel avec $0 \leq n \leq 10$.

On note Y la variable aléatoire donnant le gain algébrique après les deux tirages.

1. Démontrer que $E(Y) = \frac{4n^2 - 20n}{100}$.

On expliquera la démarche mise en œuvre. Toute démarche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.

2. Pour combien de boules rouges dans l'urne le jeu est-il équitable entre le joueur et le forain?

Exercice 2 (4 points)

Pour réduire sa facture d'électricité, Camille a décidé de faire poser des panneaux solaires sur le toit de sa maison.

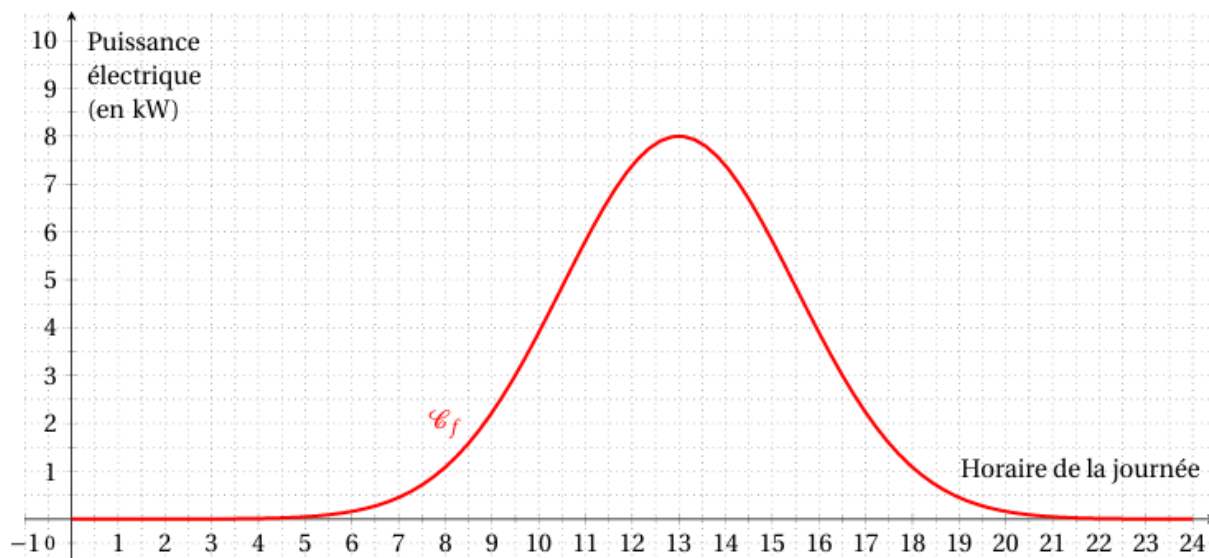
Elle souhaite analyser sa production et estimer le temps nécessaire pour rentabiliser cet investissement.

Les deux parties suivantes sont indépendantes.

Partie A

Lors d'une belle journée ensoleillée, la puissance électrique en kilowatt (kW) des panneaux solaires de Camille peut être modélisée en fonction de l'heure par une fonction f . On admet que f est définie sur $[0; 24]$ et on donne sa courbe représentative \mathcal{C}_f ci-dessous.

Avec la précision permise par le graphique :



1. Donner la puissance électrique des panneaux solaires à 11 h 00.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 5$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Partie B

Le coût pour 1 kilowattheure (kWh) consommé au tarif réglementé était de 0,15 € en 2020. On admet que ce tarif réglementé augmente de 6 % chaque année.

On note c_n le coût en euros (€) pour 1 kWh consommé durant l'année 2020 + n , avec n un entier naturel.

On a alors $c_0 = 0,15$.

1. Déterminer la nature de la suite (c_n) . On précisera sa raison.
2. Pour tout entier naturel n , exprimer c_n en fonction de n .
3. Donner le calcul permettant d'obtenir le coût pour 1 kWh consommé en 2030. Il n'est pas demandé d'effectuer ce calcul.
4. On admet que, chaque année depuis 2020, l'utilisation des panneaux solaires de Camille lui a permis d'éviter l'achat de 2 000 kWh par an. L'installation des panneaux solaires en janvier 2020 a coûté à Camille 7 000 €. On considère le programme Python ci-contre.

- a. Dans le contexte de l'énoncé, que représentent les variables c et S du programme?
- b. On exécute le programme ci-contre. Il affiche 16. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

```
n = 0
c = 0.15
S = 0
while S < 7000 :
    S = S + c*2000
    n = n+1
    c = 1.06* c
print(n)
```

Exercice 3 (4 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (4x - 4)e^{-0,5x} + 5$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-2x + 6)e^{-0,5x}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur \mathbb{R} puis en déduire les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
3. La courbe \mathcal{C}_f admet-elle des points pour lesquels la tangente est horizontale? Si oui, on précisera les coordonnées exactes de ces éventuels points.