

SUJET BAC PREMIÈRE

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIERE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

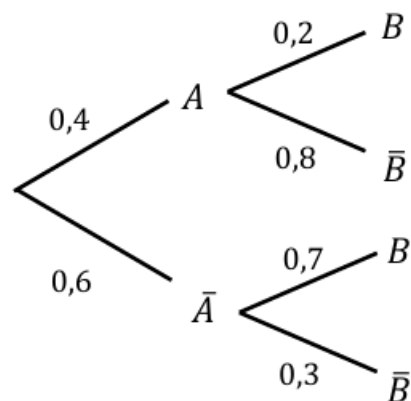
Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Une réponse fautive ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

Soient A et B deux événements.

On donne l'arbre de probabilités ci-contre :



On peut alors affirmer que $P(\bar{A} \cap B)$ est égale à :

a. 1,3	b. 0,42	c. 0,7	d. 0,18
--------	---------	--------	---------

Question 2

Dans un lycée, 150 élèves de première générale suivent la spécialité Mathématiques ce qui représente $\frac{3}{5}$ de l'ensemble des élèves de première générale.

Le nombre d'élèves en première générale dans ce lycée est :

a. 90	b. 200	c. 250	d. 300
-------	--------	--------	--------

Question 3

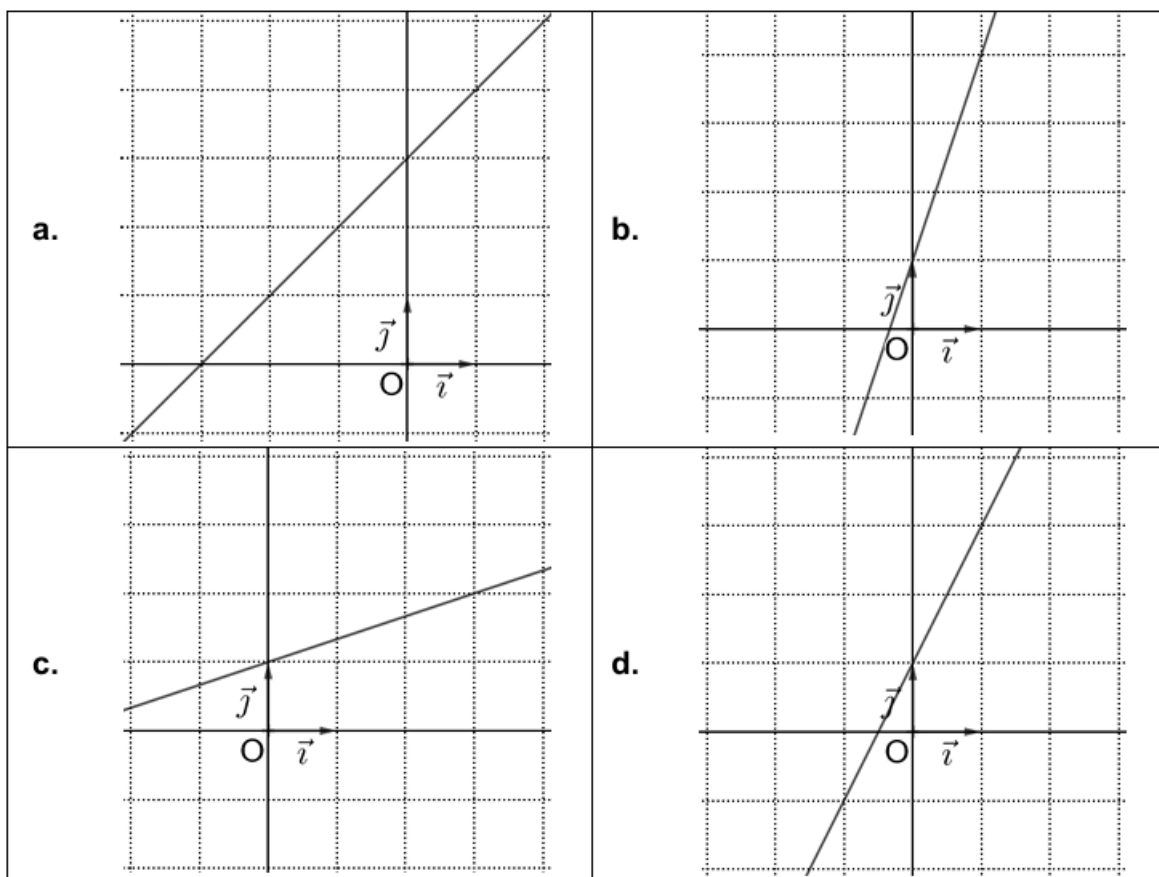
On considère les nombres $A = \frac{1}{3}$ et $B = \frac{5}{6}$.

Le nombre $\frac{A}{B} + 1$ est égal à :

a. $\frac{7}{5}$	b. $\frac{3}{5}$	c. $\frac{23}{18}$	d. $\frac{7}{3}$
------------------	------------------	--------------------	------------------

Question 4

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la droite d d'équation réduite $y = \frac{1}{3}x + 1$ est représentée par :



Question 5

La forme développée de $(x^3 - 1)^2$ est :

a.	$x^6 - 1$	b.	$x^6 - 2x^3 + 1$
c.	$x^5 - 2x^3 + 1$	d.	$x^6 + 2x^3 - 1$

Question 6

L'évolution globale correspondant à une hausse de 20 % puis une baisse de 50 %, est une baisse de :

a. 10 %	b. 30 %	c. 40 %	d. 60 %
---------	---------	---------	---------

Question 7

Ce tableau donne les résultats partiels d'un sondage dans une classe de première comptant 25 élèves :

	16 ans ou moins	Plus de 16 ans
Suivent la spécialité Mathématiques	8	
Ne suivent pas la spécialité Mathématiques	7	4

On interroge un élève de cette classe au hasard.

La probabilité que ce soit un élève qui suive la spécialité Mathématiques sachant qu'il est âgé de plus de 16 ans est :

a. $\frac{3}{7}$	b. $\frac{6}{25}$	c. 6	d. $\frac{3}{5}$
------------------	-------------------	------	------------------

Question 8

Soient x et y deux réels strictement positifs tels que : $x = \frac{5}{2+y}$

On peut affirmer que :

a. $y = \frac{10}{2x-5}$	b. $y = \frac{5}{2+x}$	c. $y = 5 - 2x$	d. $y = \frac{5}{x} - 2$
--------------------------	------------------------	-----------------	--------------------------

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (5 points)

Un maire souhaite végétaliser sa ville. Pour cela, il décide de planter des mûriers platanes dans les différents parcs.

Ces arbres sont réputés pour leurs qualités d'ombrage et de résistance à la sécheresse.

Partie A

Au moment de la plantation, un mûrier platane mesure 1 mètre.

On suppose que chaque année la hauteur de l'arbre augmente de 40 cm.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la hauteur de l'arbre, en mètres, n années après sa plantation. Ainsi $u_0 = 1$.

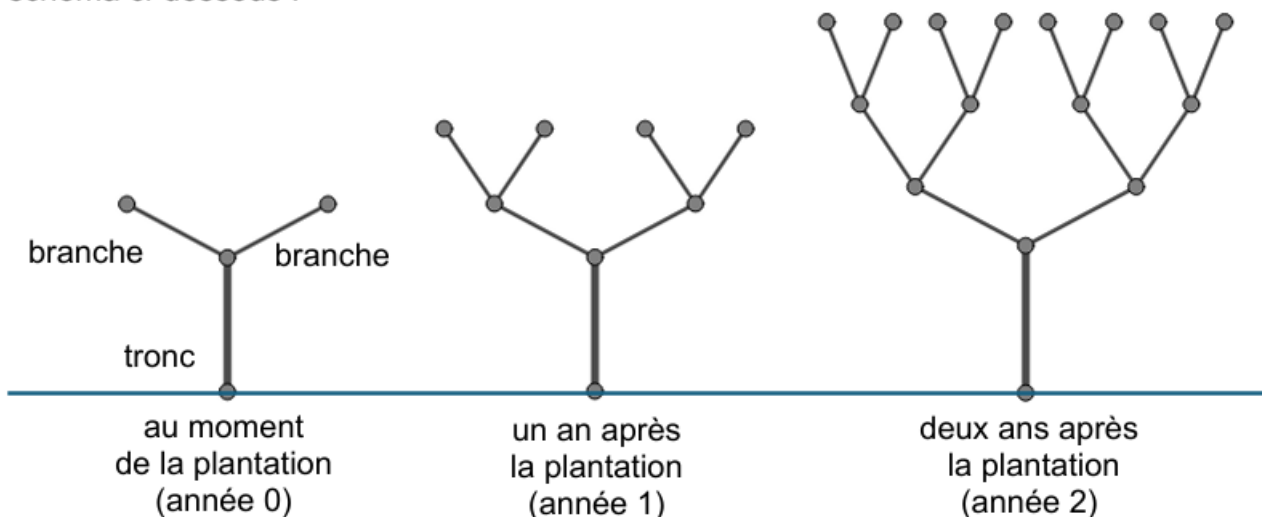
- 1) a. Calculer u_1 .
b. Quelle sera la hauteur de l'arbre deux années après sa plantation ?
- 2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
- 3) Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
- 4) Au bout de combien d'années le mûrier atteindra-t-il 9 mètres de haut ?

Au moment de la plantation, l'arbre possède un tronc et deux branches.

Un an après la plantation, on observe 4 nouvelles branches.

Deux ans après la plantation, on observe 8 nouvelles branches.

Chaque année, le nombre de nouvelles branches double comme représenté sur le schéma ci-dessous :



- 1) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier.
- 2) a. Un an après la plantation, l'arbre a produit 4 nouvelles branches. Il possède alors un nombre total de branches égal à 6.

Montrer que, trois ans après sa plantation, l'arbre possède un nombre total de branches égal à 30.

- b. On donne le programme ci-contre écrit en langage Python :

Rappel : `for i in range(n)` permet de répéter n fois un ensemble d'instructions.

```
v = 2
total = 2
for i in range(10):
    v = 2 * v
    total = total + v
print(total)
```

La valeur affichée par ce programme est 4 094.

Dans le contexte de l'exercice, que représente la valeur 4 094 affichée par ce programme ?

Exercice 2 (3 points)

On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(-1; 5)$, $B(3; 5)$ et $C(4; 0)$.

- 1) a. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
b. En déduire la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 2) a. Montrer que $AC = 5\sqrt{2}$.

On admet que $AB = 4$.

- b. Écrire l'expression permettant de calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de l'angle \widehat{BAC} .
- c. En déduire une mesure, en radian, de l'angle \widehat{BAC} .

Aide aux calculs :

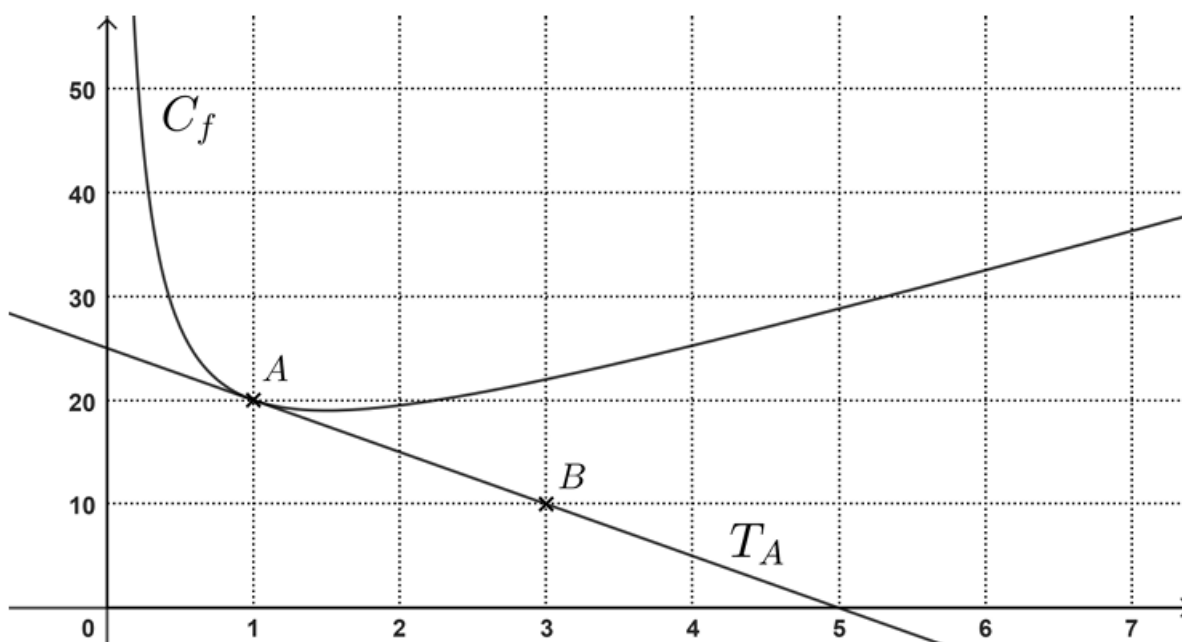
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exercice 3 (6 points)

Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$.

On a tracé dans le repère ci-dessous la courbe C_f représentative de la fonction f et la droite T_A tangente à la courbe C_f au point A de coordonnées $(1; 20)$.

La droite T_A passe par le point B de coordonnées $(3; 10)$.



- 1) a. Donner $f(1)$.
- b. Déterminer la valeur de $f'(1)$.
- c. Justifier que l'équation réduite de la tangente T_A à C_f au point A est :

$$y = -5x + 25.$$

Pour la suite de l'exercice, la fonction f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x^2 + 7x + 9}{x}$.

On admet que f est dérivable sur cet intervalle.

- 2) a. Démontrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, on a $f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$.
 - b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$.
 - c. En déduire les variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
- 3) Existe-t-il une tangente à C_f parallèle à la droite d'équation $y = 3x + 5$? Justifier votre réponse.