EXERCICES – FONCTIONS AFFINES, LINÉAIRES ET CONSTANTES – Exercices du Brevet

Exercice 1

Exercice 3 : **20 points**

Un cinéma propose trois tarifs :

Tarif « Classique » : La personne paye chaque entrée 11€.

Tarif « Essentiel » : La personne paye un abonnement annuel de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.

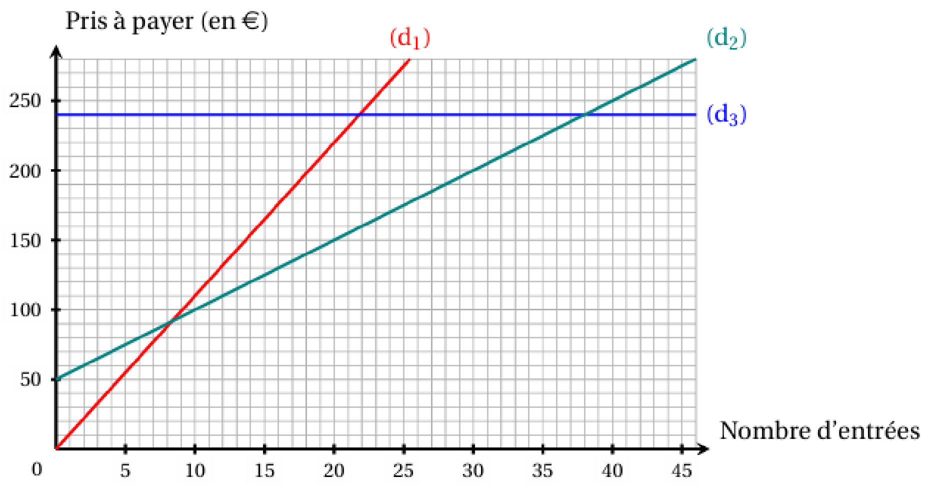
Tarif « Liberté » : La personne paye un abonnement annuel de 240 € avec un nombre d'entrées illimité.

1. Avec le tarif « Classique », une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma. Combien va-t-elle payer ?
2. Avec le tarif « Essentiel », une personne souhaite aller huit fois au cinéma. Montrer qu'elle va payer 90 €.
3. Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma. On considère les trois fonctions f, g et h suivantes :

$$f : x \longmapsto 50 + 5x \qquad g : x \longmapsto 240 \qquad h : x \longmapsto 11x$$

Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.

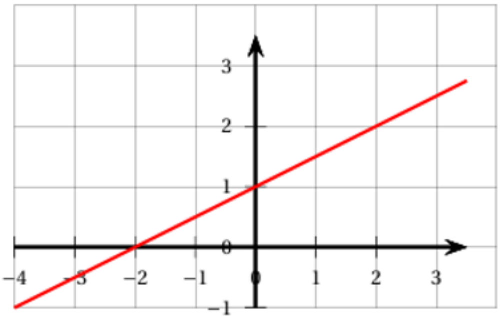


La droite (d_1) représente la fonction correspondant au tarif « Classique ».
La droite (d_2) représente la fonction correspondant au tarif « Essentiel ».
La droite (d_3) représente la fonction correspondant au tarif « Liberté ».

4. Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrées ?
5. Pour les questions suivantes, aucune justification n'est attendue.
   a. Avec 150 €, combien peut-on acheter d'entrées au maximum avec le tarif « Essentiel » ?
   b. À partir de combien d'entrées, le tarif « Liberté » devient-il le tarif le plus intéressant ?
   c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200 €, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées ?

Exercice 2

Voici la représentation graphique d'une fonction f.
La fonction f est définie par :



$f(x) = 2x - 2$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = \dfrac{x}{2} - 2$	$f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$

Exercice 3

Exercice 5 **23 points**

La piscine du camping « le Rocher » dispose d'un bassin circulaire de forme cylindrique de rayon 3,60 m et de hauteur 1,50 m. En fin de saison, on utilise une pompe dont le débit est de 14,1 m^3/h pour vider l'eau de la piscine.

1. Montrer que le volume du bassin, arrondi au dixième de m^3, est 61,1m^3.
2. Le bassin est plein. On met en route la pompe. Au bout de 2 heures, quel volume d'eau en m^3 reste-t-il à vider?

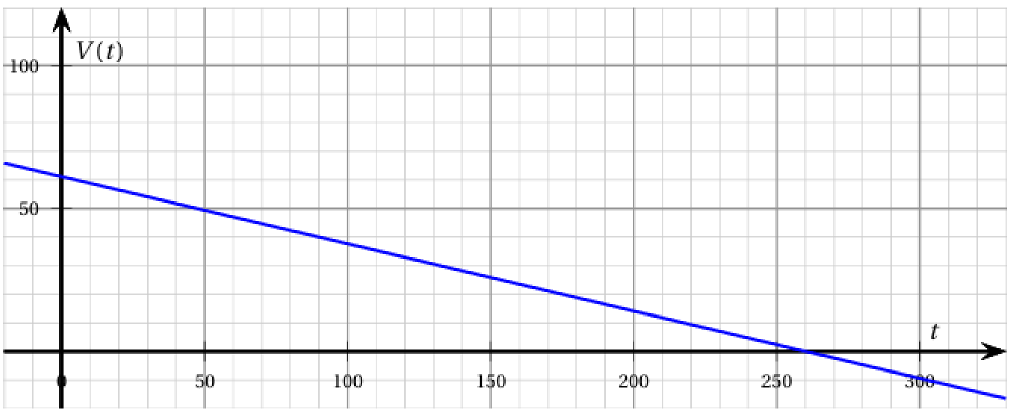
On considère la fonction $V : t \longmapsto 61,1 - 0,235t$.

3. **a.** Montrer que l'expression $V(t)$ permet de déterminer le volume d'eau en m^3 qu'il reste à vider dans le bassin en fonction de la durée t, exprimée en minute, d'utilisation de la pompe.

   b. Calculer le temps nécessaire pour que le volume d'eau restant à vider soit égal à 30 m^3.

   On donnera une valeur approchée à la minute près.

4. On a tracé ci-dessous une partie de la représentation graphique de la fonction V.

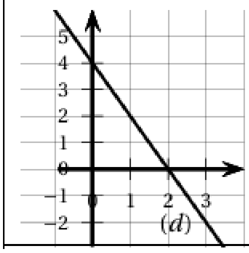


Répondre aux questions suivantes par une lecture graphique.

a. Déterminer l'antécédent de 40 par la fonction V. Interpréter le résultat.

b. Déterminer le temps nécessaire pour que la pompe vide complètement le bassin.

Exercice 4

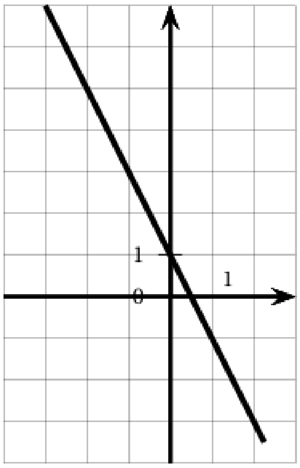
<table>
<tr><td rowspan="2">
</td><td>Question 5
Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Question 6
Quel est le coefficient directeur de la droite (d) ?</td><td>2</td><td>$-0,5$</td><td>-2</td></tr>
</table>

Exercice 5

On considère la fonction f dont on donne un tableau de valeurs et la représentation graphique ci-dessous :

x	0	1	2
$f(x)$	1	-1	-3

Représentation graphique de la fonction f



1. Quelle est l'image de 2 par la fonction f ? (**sans justifier**)
2. Quelle est l'image de -1 par la fonction f ? (**sans justifier**)
3. La fonction f est-elle une fonction linéaire ?

Exercice 6

Exercice 5 — 19 points

Un garage propose 2 options au client :

- Option *Achat* : prix d'achat de la voiture 22 400 €. Assurance obligatoire 75 € par mois.
- Option *Location* : 425 € par mois, assurance comprise.

L'objectif de cet exercice est de comparer ces deux options.

Partie A

1. Montrer qu'avec l'option *Achat* la dépense à la fin de la première année est de 23 300 €.

2. Après 36 mois, calculer l'économie réalisée par le client s'il choisit l'option *Location*.

3. Afin de comparer les dépenses correspondant à ces options le client a réalisé le tableau suivant à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de mois	12	24	36	48	60
2	Dépense en € Option *Achat*	23 300	24 200	25 100	26 000	26 900
3	Dépense en € Option *Location*					

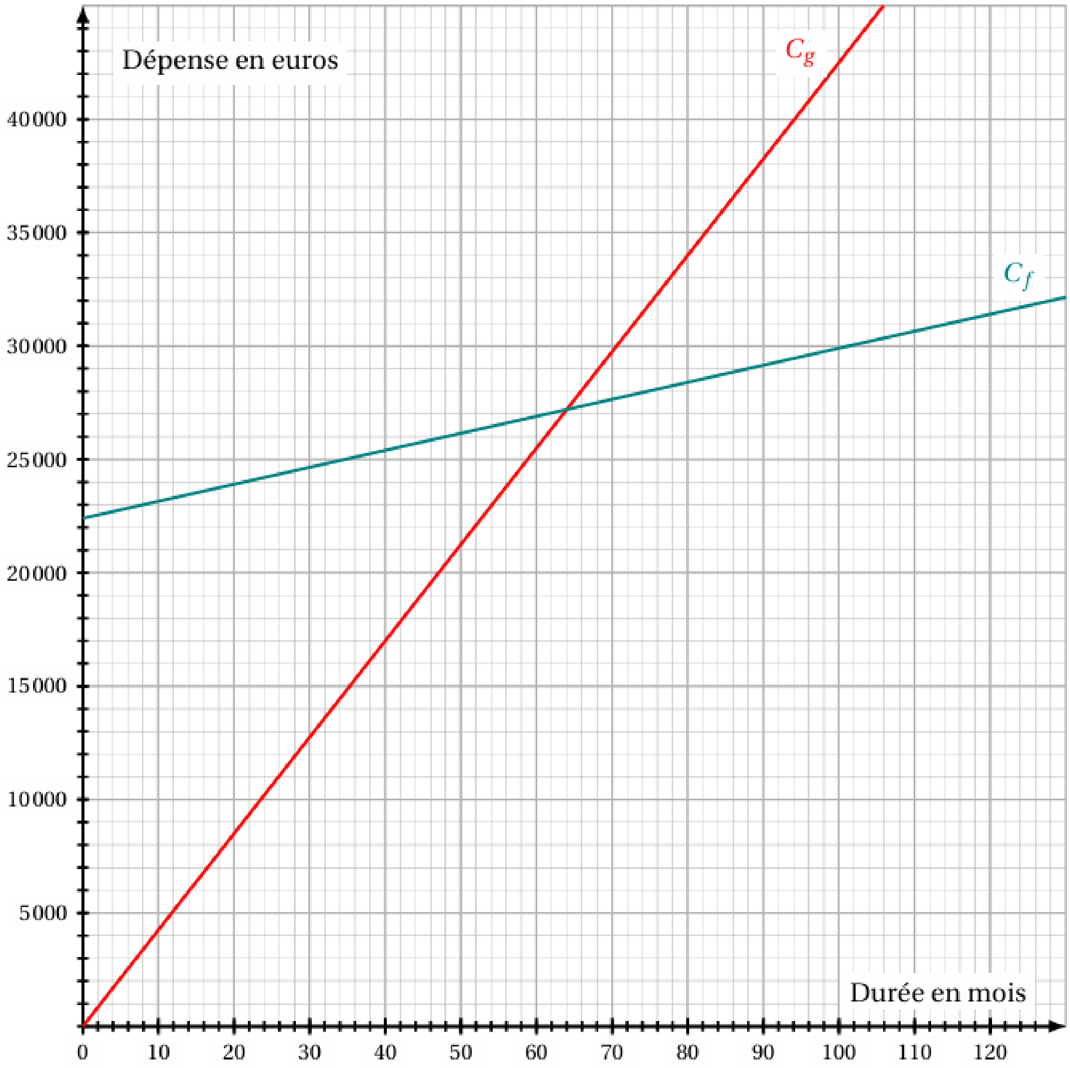
Quelle formule doit être saisie dans la cellule B3 qui, étendue jusqu'à la cellule F3, permet de compléter le tableau ?

Partie B

On souhaite maintenant modéliser les deux options précédentes par des fonctions.
On note x la durée écoulée en mois depuis la livraison de la voiture.
La fonction g, permettant de calculer la dépense correspondant à l'option *Location*, peut s'écrire sous la forme : $g(x) = 425x$.

4. Déterminer l'expression de $f(x)$ permettant de calculer la dépense correspondant à l'option *Achat*.

5. Sur le graphique de la page suivante, on a tracé les courbes représentatives C_f et C_g des fonctions f et g.
Par lecture graphique, déterminer à partir de combien de mois, l'option *Achat* est la plus avantageuse.


Dépense en euros
C_g
C_f
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
Durée en mois
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120

Exercice 7

Exercice 5 **23 points**

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.
On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = (x+2)^2 - x \quad \text{et} \quad g(x) = 7x+4.$$

Partie A

1. Calculer $f(-4)$.
2. Déterminer un antécédent de 3 par la fonction g.

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Paul utilise un tableur.
   Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$\times$	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	4	2	2	4	8	14	22
3	$g(x)$	-17	-10	-3	4	11	18	25

   a. Quelle formule a-t-il saisie en cellule B3 puis étirée vers la droite pour compléter la ligne 3 du tableau ?
   b. Avec cette méthode, quelle(s) solution(s) trouve-t-il à l'équation $f(x) = g(x)$?

2. Jane utilise un logiciel de programmation.
   Le programme qu'elle a créé permet de tester l'égalité $f(x) = g(x)$ pour une valeur de x choisie par l'utilisateur. Ce programme se trouve en ANNEXE.
   Elle décide de tester toutes les valeurs entières entre -5 et 3.
   a. Compléter sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie, la ligne 4 du programme de Jane afin d'obtenir l'image par la fonction g du nombre choisi.
   b. Quelle réponse donne le programme si le nombre choisi est 0 ?
   c. En déduire une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

3. Morgane décide de résoudre cette équation par le calcul.
   a. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ peut se ramener à l'équation $x^2 - 4x = 0$.
   b. Factoriser l'expression $x^2 - 4x$.
   c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

4. Dire pour chaque élève s'il a résolu l'équation $f(x) = g(x)$.
   Expliquer pourquoi.